

带内嵌固体的不可压缩气液两相界面流 数值模拟方法

李彦鹏¹, 王焕然²

(1. 长安大学环境科学与工程学院, 710064, 西安; 2. 西安交通大学能源与动力工程学院, 710049, 西安)

摘要: 将水平集方法与浸没边界方法相结合, 建立了一个模拟带内嵌固体的气液两相界面流的数值方法. 该方法在固定的规则网格下采用水平集函数捕捉气液交界面, 采用改进直接力形式的浸没边界方法处理流体与固体的相互作用. 在改进的直接力格式中, 基于描述流体-固体相的另一个水平集函数设计了一个速度插值算法, 以计算流体与固体的相互作用力. 最后, 应用所提出的数值方法分别模拟了气泡和液滴撞击内嵌固体平板以及球形固体的过程, 给出了液滴与气泡的变形和运动细节. 数值模拟结果与已有的实验观测结果吻合较好, 证明了所提出的方法的正确性.

关键词: 气液界面流; 内嵌固体; 数值模拟

中图分类号: O359 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2008)09-1151-05

Numerical Simulation for Incompressible Gas-Liquid Two-Phase Interfacial Flows with Immersed Solid Boundaries

LI Yanpeng¹, WANG Huanran²

(1. College of Environmental Science and Engineering, Chang'an University, Xi'an 710064, China; 2. School of Energy and Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: A numerical method is presented for simulating incompressible gas-liquid two-phase interfacial flows with immersed solid combining level set method with immersed boundary method, where level set technique is employed to capture the interface of gas-liquid flow, and immersed boundary method with a modified direct forcing scheme is developed to calculate the solid-fluid interaction force in a fixed Cartesian mesh. In the direct forcing scheme, an interpolation procedure is designed to evaluate the boundary force on the solid surface or inside the solid. Three different interfacial motion problems of bubble and droplet impacting onto a flat surface or solid sphere immersed in fluid are simulated. The details of the impacting process, such as spreading, recoiling of droplet or penetrating of bubble, are provided. The simulated results qualitatively coincide with the reported experimental observations, verifying the feasibility of the method.

Keywords: gas-liquid interfacial flows; immersed solid; numerical simulation

具有内嵌固体边界的气液两相流动问题可以在许多工程实际中遇到, 比如液滴撞击汽轮机叶片、金属铸造过程中的喷淋冷却、喷雾印刷、湿法除尘以及污泥的浮选分离等等. 此类流动问题既包括气液两相交界面的运动, 又包括流体与固体的相互作用, 十

分复杂, 数值模拟起来相当困难, 是目前计算流体力学领域中颇具挑战性的问题.

对于有着运动界面的气液两相流动, 数值模拟方法主要有界面追踪法和界面捕获法. 界面追踪法^[1]采用一系列离散的标志点或一套移动的非结构

化网格显式描述界面,具有较高的精度,但是难于处理大的拓扑结构变化.界面捕获法采用固定网格,通过一些标量函数,比如VOF(volume of fluid)函数^[2]、水平集函数^[3]自动地隐式描述界面,具有处理任意拓扑结构的能力.相比于VOF方法,水平集方法易于在三维问题中使用,且对界面的合并和破碎现象的描述更有优势,因此目前在数值研究气泡和液滴动力学方面得到了较多的应用.

对于有内嵌固体边界的单相流动问题,目前主要有两种数值模拟方法:非结构化网格技术与浸没边界方法.与前者相比,后者采用固定的规则网格,简单方便,尤其适用于复杂几何形状并且移动的内嵌固体.Peskin^[4]最早提出了浸没边界方法并用于计算血液通过心脏瓣膜的流动.他通过在流体动量方程中增加一个虚拟的体积力来表示固体与流体之间的相互作用.此后,许多研究者对该方法中虚拟的体积力的计算形式进行了改进和拓展,成功地模拟了各种复杂几何结构中的单相流动问题^[5].但是,对于有内嵌固体边界的气液两相流动问题,数值模拟研究却非常有限.直至最近,Son^[6]才采用两个水平集函数分别表示气泡表面和固体表面,模拟了二维气泡粘附于圆柱的过程.Ge和Fan^[7]发展了Son的方法,三维模拟了蒸发液滴与颗粒的碰撞过程.

显然,模拟有内嵌固体边界的气液两相界面流动问题需要分别捕获气液与流固交界面,而且要满足固体表面的无滑移边界条件.为此,本文将水平集方法与浸没边界方法联合起来,提出一种新的直接数值模拟方法,然后应用该方法分别模拟气泡和液滴与内嵌平板以及球形固体的撞击过程,并与已有的实验观测结果进行比较.

1 数学模型

1.1 单一流场控制方程

考虑计算区域 Ω 中存在不可压缩的气液两相流动和一个内嵌固体,气液固三相占据的区域分别为 $\Omega_1(t)$ 、 $\Omega_2(t)$ 和 $\Omega_3(t)$,气液交界面为 $\Gamma_1(t)$,流固交界面为 $\Gamma_2(t)$.假设气相和液相的密度、黏性系数分别为 ρ_g, μ_g ,和 ρ_l, μ_l .对于整个计算区域内的气液两相流动,如果将相界面分隔的两相流体看作物性随空间位置变化的单一流体,则可采用下面的连续方程与动量方程

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot (2\mu \mathbf{D}) + \rho \mathbf{g} + \sigma \kappa(\phi) \delta(\phi) \nabla \phi + F(\phi) \quad (2)$$

式中: $\rho(\mathbf{x}, t)$ 、 $\mu(\mathbf{x}, t)$ 、 $\mathbf{u}$ 和 p 分别表示流体的密度、黏性系数、速度矢量与压强; $\mathbf{D}$ 为应变率张量.方程(2)右边最后两项分别表示作用在气液相界面上的表面张力和流体固体的相互作用力.这里表面张力项由连续表面力模型^[8]给出,其中的变量 σ 、 κ 、 δ 和 ϕ 分别为表面张力系数、界面曲率、Dirac Delta函数和描述气液界面的水平集函数.流体固体相互作用力由浸没边界方法给出,其中变量 ψ 为描述流体固体的另一水平集函数,详见后面介绍.

本文对上述控制方程采用有限容积法在MAC网格上离散,离散方程采用显式ICE(implicit continuous-fluid eulerian)^[9]数值算法进行求解.

1.2 气液界面运动方程

对于气液交界面的运动与变形,采用水平集方法在固定欧拉网格内描述.构造一个水平集函数 $\phi(\mathbf{x}, t)$,使得在任意时刻气液相界面 $\Gamma_1(t)$ 恰是 $\phi(\mathbf{x}, t)$ 的零等值面,即要求

$$\Gamma_1(t) = \{\mathbf{x} \mid \phi(\mathbf{x}, t) = 0\} \quad (3)$$

同时函数 $\phi(\mathbf{x}, t)$ 应在 $\Gamma_1(t)$ 附近为法向单调.式(3)中 $\mathbf{x}$ 表示计算域中各点的位置向量.随着时间的推进,气液交界面的运动遵循下面的对流输运方程

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \phi = 0 \quad (4)$$

对于水平集方程(4)的求解,本文采用三阶ENO迎风格式计算对流项 $\mathbf{u} \cdot \nabla \phi$,采用二阶TVD Runge-Kutta格式推进时间步.在每一时间步,为了保持 $\phi(\mathbf{x}, t)$ 的符号距离性质,采用Sussman提出的重新初始化技术,其具体细节可参见文献^[10].

在采用水平集函数标识气液交界面后,动量方程(2)中的流体密度与黏性就可以表述为

$$\rho(\mathbf{x}, t) = \rho_l + (\rho_g - \rho_l)H(\phi) \quad (5)$$

$$\mu(\mathbf{x}, t) = \mu_l + (\mu_g - \mu_l)H(\phi) \quad (6)$$

式中: $H(\phi)$ 是一个光滑化后的Heaviside函数,其定义可参见文献^[10].

1.3 流体固体相互作用模型

对于流体固体相互作用力 $F(\phi)$,采用浸没边界方法中的直接力格式来计算.根据Fadlun等人^[11]的思想,动量方程(2)在包含固体边界的计算网格内的离散形式为

$$\mathbf{u}^{t+1} = \mathbf{u}^t + \Delta t(R_s^t + \mathbf{F}^t) \quad (7)$$

式中: R_s 表示方程(2)右边除去 $\mathbf{F}(\phi)$ 的所有项.从

式(7)可以看出,为了满足固体表面的非滑移边界条件,也即为了保证 $t+1$ 时刻固体边界上的流体速度 $\mathbf{u}^{t+1}$ 等于固体速度 $\mathbf{V}_s^{t+1}$, t 时刻的流体固体相互作用力必然有如下形式

$$\mathbf{F}^t = (\mathbf{V}_s^{t+1} - \mathbf{u}^t) / \Delta t - R_s^t \quad (8)$$

这就是直接力的表达形式. 它表明通过在固体边界上直接施加一个合适的速度值,就可以得到动量方程中的流体固体相互作用力.

本文的计算均采用固定的规则网格,显然这样的网格面通常不会与固体表面重合,因此需要采用速度插值的方法以获得包含固体边界的计算网格内的流体固体相互作用力. 在每一时间步,需要将无滑移边界条件施加于包含固体边界的计算网格,如图1中的网格 I 和 II. 借鉴文献[7],本文采用图1所示的速度插值方法. 为了插值的方便,引入另一水平集函数 ψ , 定义其为流场中任意点到固体表面的符号距离,规定 $\psi > 0$ 表示颗粒外部区域, $\psi < 0$ 表示颗粒内部区域. 这样,对于网格中点位于固体边界外部的情况(如网格 I 中的 A 点),其上的速度插值公式可表示为

$$\mathbf{u}_A = \mathbf{V}_s(t) + \frac{\phi_A}{n} \sum_{k=1}^n \frac{\mathbf{u}_{A',k} - \mathbf{V}_s(t)}{\phi_{A',k}} \quad (9)$$

式中, $\mathbf{u}_{A'}$ 和 $\phi_{A'}$ 分别为节点 A' 上的流体速度和水平集函数. 节点 A' 为与网格 I 相邻而又位于固体外部的所有网格的中点. n 是所有 A' 点的数量. 可以看到, $\psi=0$ 意味着节点 A 正好在固体表面上, 此时由式(9)可得 $\mathbf{u}_A = \mathbf{V}_s(t)$.

对于网格中点位于固体边界内部的情况(如网格 II 中的 B 点),其上的速度插值公式为

$$\mathbf{u}_B = \mathbf{V}_s(t) + \frac{\phi_B}{m} \sum_{k=1}^m \frac{\mathbf{u}_{A,k} - \mathbf{V}_s(t)}{\phi_{A,k}} \quad (10)$$

式中, m 是与网格 II 相邻且又位于固体外部的所有网格数.

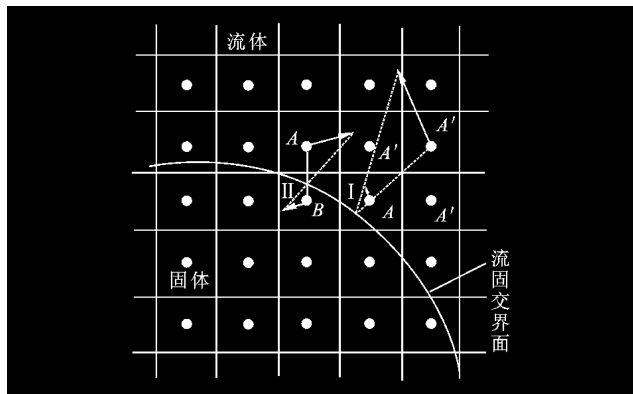


图1 速度插值方法示意图

2 模拟结果与讨论

2.1 液滴与内嵌平板的正向碰撞

对于液滴与平板碰撞的数值模拟,一般来说,将平板作为计算区域的一个边界面即可进行,不需要处理内部固体边界. 但是,为了验证本文提出的数值方法,这里人为地将其内嵌在计算区域中,如图2所示. 为了能与 Kim 和 Chun [12] 的实验结果比较,本文计算一个直径为 3.6 mm 的水滴以 77 cm/s 的速度垂直向下冲击聚碳酸酯平板的过程. 根据他们的实验测定,水的物性参数为 $\rho_f = 966 \text{ kg/m}^3$, $\mu_f = 8.67 \times 10^{-4} \text{ Pa} \cdot \text{s}$, $\sigma = 0.717 \text{ N/m}$; 气体的物性参数为 $\rho_g = 0.966 \text{ kg/m}^3$ 和 $\mu_g = 4.3 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$; 静态接触角 $\alpha = 90^\circ$. 计算区域的上边界采用压力边界条件,其他均采用无滑移壁面条件. 计算采用均匀网格,网格尺寸与液滴直径之比等于 1/30.

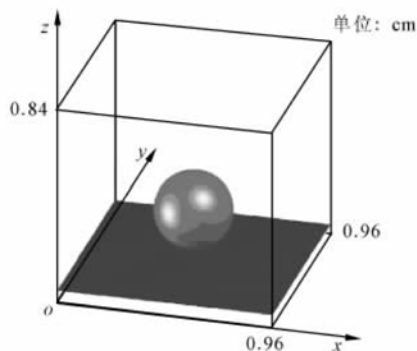
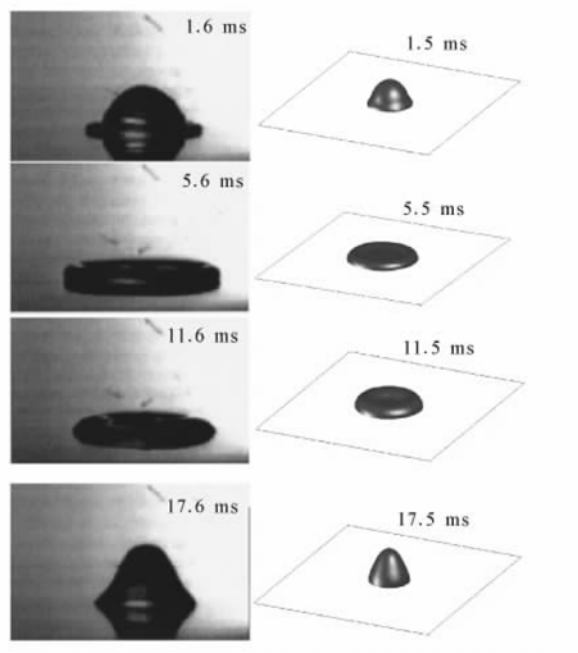


图2 水滴与平板的初始配置

数值模拟得到的冲击聚碳酸酯平板过程中水滴形状的变化如图3所示. 图3还给出了 Kim 和 Chun 采用高速摄像机拍摄得到的照片. 显然,数值模拟的水滴变化情况与实验基本相符,都清楚地表明水滴撞击平板的过程包括了铺展与回缩两个阶段. 首先,水滴一接触到平板,就会在其上形成一个圆盘状液膜. 随后,液膜在惯性力驱动下在平板上铺展,而这个铺展过程又受到表面张力与黏性力的阻碍,致使液体质量聚集在液膜边缘形成一个环形结构. 大约在碰撞后 5.5 ms 左右,冲击水滴的动能完全转化为变形水滴的表面能以及黏性耗散时,液膜扩展到最大. 此后,在液膜边缘表面张力的作用下,水滴开始向中心回缩. 在大约 17.5 ms 左右,水滴已经回缩成球帽状.

2.2 液滴与球形颗粒的倾斜碰撞

将上例中的内嵌平面变成内嵌半球形固体,本文又测试了更加复杂的几何结构下的气液两相流动



(a)实验照片^[12] (b)数值模拟结果

图3 水滴冲击聚碳酸酯平板的三维模拟结果与实验照片^[12]的比较

问题. 考虑一个几何尺寸是 $1.6\text{ cm} \times 1.6\text{ cm} \times 1.6\text{ cm}$ 的计算区域, 其底面中心放置有一个直径为 1.0 cm 的半球形固体. 初始时刻一个直径为 4 mm 的球形水滴从距离底面 1.0 cm 处向下冲击, 两球心的水平距离为 2 mm . 计算中液体、气体的物性参数以及边界条件同上例, 颗粒表面的接触角取为 90° . 计算采用均匀网格, 网格尺寸与液滴直径比取为 $1/25$.

由于液滴与固体球的对称轴不同线, 所以冲击过程属于倾斜碰撞, 图4展示了此斜碰过程的三维模拟结果. 从图中可以看到, 与液滴冲击平板类似, 液滴接触到固体球表面后, 也立即在球表面铺展开来, 当液膜扩展到最大后, 也会向中心回缩. 不过由于是倾斜碰撞, 所以球表面形成的薄膜是椭圆盘状, 而且在液膜扩展阶段, 其中心将沿着颗粒表面逐渐远离初始碰撞点. 由于重力作用, 液滴在回缩阶段将顺着球面下滑, 最后从固体球表面滑落.

2.3 气泡与球形颗粒的正向碰撞

本文最后测试了一个气泡与球形颗粒的正向碰撞过程. 假设计算区域的尺寸为 $5\text{ cm} \times 5\text{ cm} \times 6\text{ cm}$, 其内充满静止的甘油溶液. 在区域中轴线上距底部 1.2 cm 和 2.4 cm 处分别放置一个直径为 1.2 cm 的球形气泡和 0.6 cm 的球形颗粒. 气泡的初始速度为 20 cm/s , 颗粒始终不动. 液体的物性参

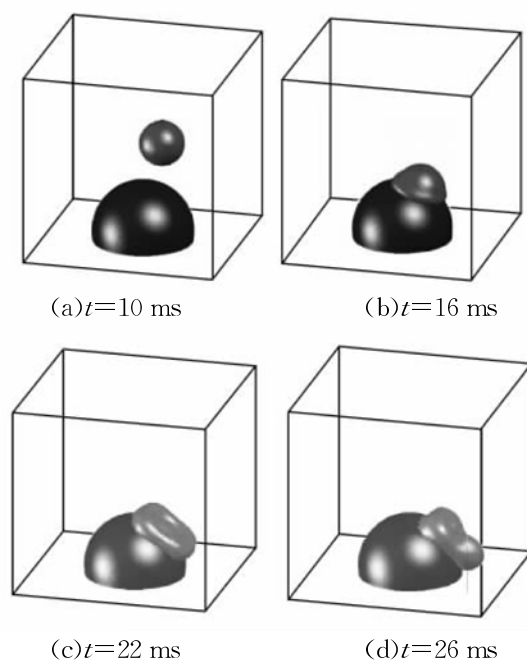


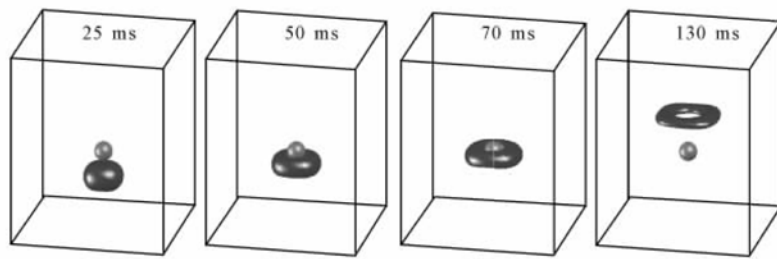
图4 水滴与颗粒非对心碰撞的三维数值模拟结果

数为 $\rho_l = 1\,206\text{ kg/m}^3$, $\mu_l = 0.052\,9\text{ Pa} \cdot \text{s}$, $\sigma = 0.065\,9\text{ N/m}$; 气体的物性参数为 $\rho_g = 1.1\text{ kg/m}^3$ 和 $\mu_g = 1.8 \times 10^{-5}\text{ Pa} \cdot \text{s}$. 计算的边界条件同上两例, 颗粒表面的接触角取为 90° . 这里的物性参数与气泡及颗粒的尺寸均来自于 Hong 等人^[13] 的实验数据. 计算网格均匀划分为 $100 \times 100 \times 120$.

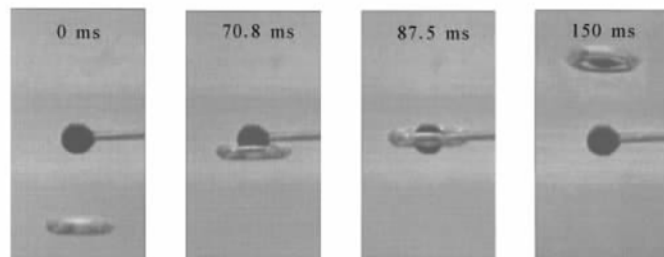
模拟所得的气泡上升与碰撞过程的三维结果及其与 Hong 等人^[13] 的实验照片的比较如图5所示. 注意, Hong 等人的实验采用一根直杆固定小球, 并且其起始时刻的计量也与本文不同. 由图5可见: 上升气泡与球形颗粒发生接触时, 气泡的底部出现凹坑; 随着气泡的上升, 凹坑逐渐增大; 当颗粒底部又暴露在液体中时, 凹坑被贯通, 气泡则变形为圆环状; 此后, 气泡保持圆环状穿过颗粒上部, 当最终气泡脱离颗粒继续上升时, 气泡维持圆环状. 显然, 本文的数值模拟结果再现了 Hong 等人采用数字摄像机所得到的碰撞过程中气泡的形状变化.

3 结 论

本文提出了一种基于水平集方法以及浸没边界方法、能够在固定的欧拉网格系统中计算带内嵌固体的气液两相界面流的数值模拟方法, 并特别针对流固边界问题, 引入另一个水平集函数方便地进行速度插值, 获得了包含固体边界的计算网格内的流体固体相互作用力. 通过对三维体系下液滴、气泡与



(a)数值模拟结果

(b)实验照片^[13]图5 质量分数为80%的甘油溶液中气泡与静止颗粒碰撞过程的三维模拟结果与实验照片^[13]的比较

内嵌于流体中的平板、半球形固体以及球形颗粒的碰撞过程的数值模拟,对所提出的模拟方法进行了验证,模拟的关于液滴和气泡在整个碰撞过程中的变形以及运动细节,与文献中相关的实验观测结果吻合较好.数值模拟结果表明,本文提出的数值模拟方法,为处理复杂几何形状内的自由界面运动问题提供了一个简单且有效的描述方案.

致谢 作者感谢美国 Ohio State 大学 Fan Liang-Shih 教授对本研究的支持.

参考文献:

- [1] TRYGGVASON T B, BUNNER A, ESMAEELI D, et al. A front-tracking method for the computations of multiphase flow [J]. J Comput Phys, 2001, 169 (2): 708-759.
- [2] HIRT C W, NICHOLS B D. Volume of fluid method for the dynamics of free boundaries [J]. J Comput Phys, 1981, 39 (2): 201-225.
- [3] OSHER S, SETHIAN J A. Fronts propagating with curvature-dependent speed; algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations [J]. J Comput Phys, 1988, 79 (1): 12-49.
- [4] PESKIN C S. Numerical analysis of blood flow in the heart [J]. J Comput Phys, 1977, 25 (1): 220-252.
- [5] MITTAL R, IACCARINO G. Immersed boundary methods [J]. Annu Rev Fluid Meth, 2005, 37: 239-261.
- [6] SONG G. A level set method for incompressible two-fluid flows with immersed solid boundaries [J]. Numer Heat Transfer B, 2005, 47(5): 473-489.
- [7] GE Yang, FAN L S. Three-dimensional direct numerical simulation for film-boiling contact of moving particle and liquid droplet [J/OL]. Phys of Fluids, 2006, 18(11): 117104 [2007-04-20]. <http://dx.doi.org/10.1063/1.2386027>.
- [8] BRACKBILL J U, KOTHE D B, ZEMACH C. A continuum method for modeling surface tension [J]. J Comput Phys, 1992, 100(2): 335-354.
- [9] KASHIWA B A, PADIAL N T, RAUENZAHN R M, et al. A cell-centered ICE method for multiphase flow simulation, LA-UR-93-3922 [R]. Los Alamos, NM, USA; Los Alamos National Laboratory, 1994.
- [10] SUSSMAN M, FATEMI E, SMEREKA P, et al. An improved level set method for incompressible two-phase flows [J]. Comput Fluids, 1998, 27(5/6): 663-680.
- [11] FADLUN E A, VERZICCO R, ORLANDI P, et al. Combined immersed-boundary finite-difference methods for three-dimensional complex flow simulations [J]. J Comput Phys, 2000, 161(1): 35-60.
- [12] KIM H Y, CHUN J H. The recoiling of liquid droplets upon collision with solid surfaces [J]. Phys Fluids, 2001, 13(3): 643-659.
- [13] HONG T, FAN L S, LEE D J. Force variation on particle induced by bubble-particle collision [J]. Int J Multiphase Flows, 1999, 25(3): 477-500.

(编辑 荆树蓉)